

УДК 519.21 + 681.3

КАПЛУН В. В., КРАСНИТСЬКИЙ С. М., БОБРОВНИК В. М.

Київський національний університет технологій та дизайну

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ  
ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ У БУДІВЛЯХ ЗАКЛАДІВ ВИЩОЇ  
ОСВІТИ. ПОВІДОМЛЕННЯ 2.**

**Мета.** Метою роботи є розроблення математичних моделей та дослідження на їх основі особливостей електроспоживання у будівлях закладів вищої освіти (на прикладі гуртожитків Київського національного університету технологій та дизайну).

**Методика.** Використано множинний регресійний аналіз і розвідувальний аналіз у поєднанні з комп'ютерними програмними реалізаціями відповідних статистичних процедур.

**Результати.** На основі використання реальних статистичних даних одержанні регресійні моделі електроспоживання у будівлях вищого навчального закладу (гуртожитків), що стало логічним продовженням досліджень, висвітлених у роботі [1]. Одержані результати дали змогу шляхом моделювання виконати прогностичне оцінювання рівнів електроспоживання і перевірити їх достовірність, порівнюючи їх з даними служби енергоменеджменту університету за попередні роки.

**Наукова новизна.** Набули подальшого розвитку методи управління електроспоживанням з використанням регресійних моделей у будівлях закладів вищої освіти. На основі розширеного набору факторів, що впливають на процес електроспоживання, вперше досліджені і одержані залежності, які можуть бути використані для розробки сценаріїв енергоменеджменту закладу вищої освіти (ЗВО) у специфічні періоди освітнього процесу з урахуванням сезону та класу енергоефективності будівлі.

**Практична значимість.** Результати моделювання можуть бути використані для розроблення методичних рекомендацій впровадження комплексу енергоощадних заходів в закладах вищої освіти з урахуванням існуючої інженерної інфраструктури та підвищення ефективності управління електроспоживанням.

**Ключові слова:** заклад вищої освіти, управління електроспоживанням, регресійний аналіз, аналіз залишків, діаграми box-and-whisker plot, модель електроспоживання, енергоменеджмент.

**Вступ.** Дана стаття є продовженням досліджень, викладених у роботі [1], де були наведені результати щодо побудови математичних моделей електроспоживання у будівлях закладу вищої освіти (ЗВО) на прикладі гуртожитків Київського національного університету технологій та дизайну. Зазначені моделі є лінійними регресійними рівняннями. Для розроблення таких моделей були використані бази даних щодо енергоспоживання в університеті за період з 2013 по 2015 роки, які одержані за допомогою впровадженого в службі енергоменеджменту університету програмно-технічного комплексу «Автоматизована система управління енергоспоживанням в університеті» (ПТК «АСУЕУ»).

**Постановка завдання.** Метою даної роботи є оцінювання адекватності моделей електроспоживання в будівлях ВНЗ (на прикладі гуртожитків КНУТД), що одержані в роботі [1]. Оцінювання виконується методами аналізу залишків регресійних моделей і порівнянням розрахункових значень електроспоживання з даними, що не приймали участі в побудові зазначених моделей.

**Результати дослідження.** В основу розроблення математичної моделі покладені залежності рівнів енергоспоживання певного об'єкта на заданому часовому проміжку від факторів, що впливають на формування базового споживання енергоносіїв. До таких факторів відносяться, насамперед, графік освітнього процесу, рівні завантаженості аудиторного фонду, клас енергоефективності будівлі, сезонність та погодні умови. Крім того, є цілком очевидним, що на показники електроспоживання впливають чинники, які мають стохастичну природу (наприклад, зміна кількості проживаючих, використання додаткових засобів догріву температури приміщень, використання необлікованих струмоприймачів тощо).

Для зручності виконання розрахунків була розроблена комп'ютерна програма, що функціонує у середовищі Delphi і виконує наступні функції:

- автоматизація побудови матриці експерименту в форматі Delphi на основі статистичних спостережень ПТК «АСУЕУ» у форматі MS Excel;
- дослідження регресійних даних на наявність достатньої зумовленості матриці плану [2, 3] з використанням алгоритму Грама — Шмідта [4,5] для відсіювання (за необхідністю) зайвих змінних;
- визначення коефіцієнтів регресії та побудова графіків залишків для одержаної моделі. Нагадаємо, що залишками регресійної моделі:

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad (1)$$

де:  $Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$  –  $n$ -вектор спостережень залежної змінної,  $X = \begin{pmatrix} x_{10} & \dots & x_{1,p-1} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{n0} & \dots & x_{n,p-1} \end{pmatrix}$  –

матриця спостережень незалежних змінних (регресійна матриця або матриця експерименту чи

плану);  $\beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \dots \\ \beta_{p-1} \end{pmatrix}$  – вектор (невдомих) коефіцієнтів,  $\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \dots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$  – вектор помилок,

називаються різниці виду  $\hat{y}_i - y_i, i = 1, \dots, n$ , де  $\hat{y}_i$  – компоненти вектору  $\hat{Y}$  оцінок:

$$\hat{Y} = Xb, \quad (2)$$

В даній роботі  $b = (X'X)^{-1}X'Y$  є оцінка параметрів у лінійній регресії методом найменших квадратів (тут ' — знак спряження,  $^{-1}$  — знак обернення матриці).

У відповідності з роботою [1] вектор коефіцієнтів  $\beta$  має розмірність 3 або 4 в залежності від типу моделі, що застосовується. Модель першого типу (інколи вона зветься скороченою) використовує змінні  $x_0, x_1, x_2$ , де  $x_0$  — фіктивна змінна (за термінологією [2,3]), завжди рівна 1 (або 0, якщо ми хочемо отримати модель без вільного члену). При цьому час спостережень за змінними  $x_1, x_2$  у,  $x_1, x_2$  розбивається на певні проміжки, і в якості значень вказаних змінних беруться середні значення реальних спостережень на цих часових проміжках. У даній роботі в якості зазначених проміжків беруться календарні місяці. За значення показників електроспоживання у для фіксованого місяця приймається відповідна місячна сумарна величина спожитої електроенергії (кВт×год), поділена на кількість облікованих діб у даному місяці. Аналогічно,  $x_1$  — середня кількість мешканців гуртожитку у

фіксованому місяці,  $x_2$  — середньоарифметичне значень середньодобової температури зовнішнього середовища у тому ж місяці.

У моделі другого типу (розширеної) до певної міри враховується вплив факторів, що сприяють більш високому споживанню електроенергії мешканцями гуртожитків, ніж це має місце зазвичай при даних умовах. Таке явище інколи (не завжди) спостерігається в зимовий період. Точне визначення і передбачення впливу таких факторів є завданням, яке важко піддається повній формалізації. З огляду на цю обставину, зазначене більш високе споживання електроенергії може бути пов'язане з необхідністю економії теплової енергії, що надходить з тепlopунктів зовнішньої мережі, при цьому локальне управління теплоспоживанням (у окремо взятих приміщеннях на добовому інтервалі часу) є, з урахуванням існуючої інженерної інфраструктури, практично неможливим. Очевидно, що це у свою чергу, сприятиме посиленню попиту на використання обігрівальних пристроїв для забезпечення належного мікроклімату у визначених згідно графіку освітнього процесу аудиторіях навчальних корпусів та приміщеннях гуртожитків. Для врахування даної ситуації (незалежно від її причини) в регресійну модель вводиться додаткова фіктивна змінна  $x_3$ , яка дорівнює 1 або 0 в залежності від того, чи очікується зазначений період підвищеного споживання електроенергії або, відповідно, не очікується. В роботі [1] були представлені конкретні регресійні вирази зазначеного типу. В даній роботі ми досліджуємо властивості одержаних моделей на прикладі двох гуртожитків (об'єкт 1 і об'єкт 2).

Важливим інструментом дослідження якості регресійної моделі є аналіз залишків [2,3]. Їх графічне зображення може бути різним, і у даному випадку таке зображення являє собою сукупність точок декартової площини, що мають координати  $(i, \hat{y}_i - y_i)$ ,  $i=1, \dots, n$ , де  $i$  — порядковий номер місяця від початку спостережень. (для більшої наочності зазначені точки на малюнку з'єднуються прямолінійними відрізками). Приклад такого графіка наводиться нижче (рис. 1).

Графік на рис. 1 відповідає регресійній моделі першого типу конкретного гуртожитку (об'єкт 1). Згадана модель має вигляд:

$$\hat{y} = 584,3330 + 0,8223x_1 - 19,6922x_2. \quad (3)$$

При побудові моделі використовувалися помісячні дані за 2013-2015 роки. Дослідження на погану зумовленість матриці плану показало недоцільність видалення будь-якого регресора з початкової моделі, за винятком, звичайно, змінної  $x_3$ , яка у даному випадку приймає тільки нульові значення (надання змінній  $x_3$  лише нульових значень автоматично призводить до вибору програмою моделі першого типу).

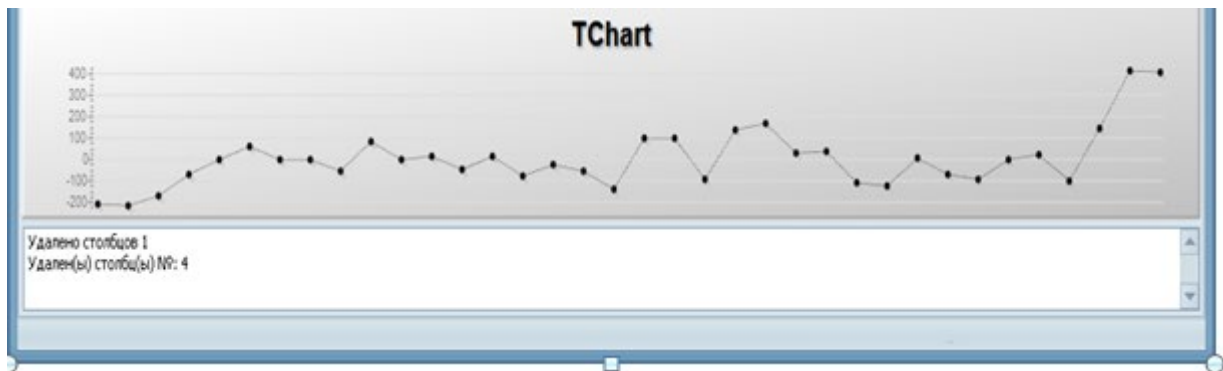


Рис.1. Графік залишків регресійної моделі першого типу для об'єкту № 1

Наведемо деякі характеристики якості даної моделі, враховуючи ту обставину, що повторні спостереження, принаймні у явному вигляді, в нашій ситуації практично відсутні, так що ми вимушені тут і надалі відмовитися від тих засобів перевірки адекватності, що вимагають наявності таких спостережень [2,3] (під повторними спостереженнями ми розуміємо наявність значень залежної змінної у при двох або більше співпадаючих «двійках»  $(x_1, x_2)$  для моделі першого типу і «трійках»  $(x_1, x_2, x_3)$  для моделі другого типу). Замість цього звернемося до таких методів як перевірка значущості моделі в цілому і її окремих коефіцієнтів, а також аналіз залишків, перевірка нормальності випадкової складової моделі і співставлення реальних значень залежної змінної із значеннями, що дає наша модель.

Для з'ясування доцільності використання лінійної моделі при описі досліджуваної залежності на першому етапі обчислювалася оцінка  $S$  середньоквадратичного відхилення випадкової складової  $\varepsilon$  і оцінка  $R$  множинного коефіцієнту кореляції між показником енергоспоживання  $y$  і незалежними змінними  $x_1, x_2, x_3$ , тобто максимуму значень парних (звичайних) коефіцієнтів кореляції між  $y$  і всілякими лінійними комбінаціями  $x_1, x_2, x_3$ . Для загальної лінійної моделі (ЗЛМ) (1) маємо:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-p}}, R = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(\hat{y}_i - \bar{y})}{(\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 (\hat{y}_i - \bar{y})^2)^{1/2}}, \quad (4)$$

де  $y_i$  та  $\hat{y}_i$  — відповідно, реальне значення спостережуваної та оціночної (згідно з рівністю 3) величини спожитої електроенергії при  $i$ -му значенні «трійки»  $(x_0, x_1, x_2)$ ,  $\bar{y}$  — середнє значення величин  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Оцінка  $R$  використовувалася при підрахунку  $F$ -статистики для перевірки гіпотези  $H_0$  про незначущість моделі (3), оскільки вказана  $F$ -статистика у випадку загальної лінійної моделі (1,2) може бути представлена згідно [2,3] у вигляді:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - p}{p - 1}. \quad (5)$$

Безпосередні обчислення при  $n = 36$ ,  $p = 3$  дають у даному випадку:

$$S = 140,9036; R = 0,8535; F = 44,2466. \quad (6)$$

За справедливостю вищезазначеної гіпотези  $H_0$   $F$ - статистика (5) має розподіл Фішера  $F(p-1, n-p)$  [2,3]. Отже, критичною точкою при перевірці гіпотези  $H_0$  з альтернативою  $H_1 = \{\text{модель є значущою}\}$  на рівні значущості  $\alpha$  є квантиль рівня  $1-\alpha$  вказаного розподілу, який ми позначатимемо надалі як  $u_{1-\alpha}^{F(p-1, n-p)}$ . Надалі вважається, що за замовчуванням рівень значущості  $\alpha$  при перевірці статистичних гіпотез дорівнює 0,05. При даних значеннях  $n, p$  і  $\alpha$  маємо (згідно з [6,7]):

$$u_{1-\alpha}^{F(p-1, n-p)} = u_{0,95}^{F(2,33)} = 3,2849.$$

Таким чином, наша регресійна модель є значимою. (Зауважимо, що оскільки у нашому випадку має місце нерівність  $F > 4 \cdot u_{0,95}^{F(2,33)}$ , то нашу модель згідно з термінологією [2] можна називати високо значущою, що дає підстави вважати її придатною для прогнозного оцінювання. Кожен окремий коефіцієнт  $b_i, i = 0,1,2$ , також є суттєво значимим:  $t$ - статистики для перевірки гіпотез  $H_0^i = \{b_i = 0\}$  дорівнюють 9,17580; 4,29048; -7,26476 з  $p$ - значеннями 0,000000; 0,000146; 0,000000 відповідно (множина прийняття кожної такої гіпотези є проміжок  $[-2,0345, 2,0345]$ ).

Проте графік залишків на рис. 1 вказує на бажаність подальшого дослідження і, можливо, перетворення моделі (3) (ми маємо на увазі помітну різницю у відхиленнях від нульового значення у лівій і правій частинах зазначеного графіка). Оскільки саме у сукупності залишків міститься вся інформація про якість збіжності реальних даних з регресійною моделлю, розглянемо вказану сукупність більш детально. Для роботи з масивами статистичних даних у подальшому використовувався також пакет комп'ютерних програм STATISTICA [8].

Загальна структура будь-якої сукупності одновимірних даних наочно ілюструється діаграмою типу Box Plot (box-and-whisker plot) [9]. Така діаграма для аналізованої сукупності даних наведена на рис. 2.

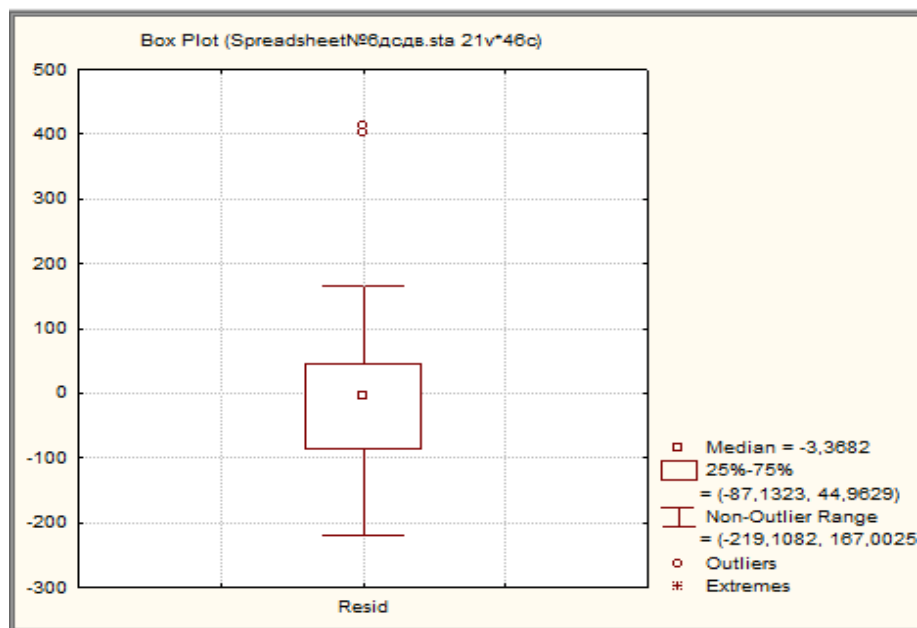


Рис. 2. Діаграма Box Plot для сукупності залишків регресійної моделі першого типу

Звертаємо увагу, що два значення залишків діаграма Box Plot кваліфікує як викиди (це ті самі значення, що відповідають вершинам ламаних у кінцевих точках графіка залишків на рис. 1: останні досить очевидним чином порушують майже горизонтальний характер розташування вершин у центральній частині графіка; значення інших елементів діаграми зрозумілі із наведених коментарів у її правій частині). Звертаючись до точних значень вказаних залишків, маємо наступну інформацію (див. табл. 1).

Таблиця 1

**Екстремальні залишки регресійної моделі першого типу для об'єкта № 1**

								Standard Residual: Var1 (Spreadst Outliers			
		Standard Residuals						Observed Value	Predicted Value	Residual	
Case name		-5.	-4.	-3.	±2.	3.	4.	5.			
Лист 15	35	.	.	.	.	*	.	.	1190,130	778,0550	412,0753
С:36		.	.	.	.	*	.	.	1236,440	833,3796	403,0607

Як бачимо, два значення залишків 412,07 і 403,06 (вони відповідають 35-му і 36-му спостереженням — листопаду і грудню 2015 року) лежать майже на правій межі інтервалу  $(-3S, 3S)$ , що також відповідає їх віднесенню до викидів на рис. 2.

Проаналізуємо вихідні дані, що відповідають вказаним великим значенням залишків, а також ті, для яких реалізується нижня границя  $-219,1$  їх основної групи (рис. 2) (оскільки останнє є найбільш близьким до лівої границі інтервалу  $(-2S, 2S)$ ).

Спершу розглянемо залишки нижньої границі і дані, що їх утворюють (див. табл. 2).

Таблиця 2

**Залишки регресійної моделі першого типу для об'єкта № 1  
 (початкові дані за січень – березень)**

Дата	Рівень електроспоживання, кВт×год	Кількість прожи- ваючих, чол.	Середньо- місячна температура зовнішнього середовища, °C	Розрахункові значення електроспожи- вання, кВт×год	Залишки
Січень -13	702,2975	299	-4,344301	915,749544	-213,452044
Лютий -13	625,422143	299	-0,727679	844,5303	-219,108158
Березень -13	691,886452	299	-2,091355	863,161081	-171,274629
Січень -14	673,673226	50	-4,83871	720,732845	-47,0596193
Лютий -14	701,560357	120	-0,475	692,362795	9,19756214
Березень-14	640,071613	325	6,816129	717,355925	-77,2843116
Січень -15	675,917917	50	-0,76129	640,439475	35,4784417
Лютий -15	589,8807	120	-0,70714	696,934142	-107,053442
Березень-15	640,9055	340	5,06774	764,12005	-123,21455

**Зауваження 1.** Надто великі абсолютні значення регресійних залишків можуть пояснюватися недостатнім рівнем адекватності моделі або недостатньою достовірністю даних, за якими побудовано модель. Надалі ми будемо намагатися, за можливістю, нівелювати наслідки таких недоліків шляхом належної модифікації моделі або корекцією вхідних даних на етапі їхньої попередньої обробки.

Для оцінювання коректності вихідних даних важливо врахувати, що кількість проживаючих у гуртожитках під час зимових канікул, котрі припадають на січень і частково на лютий, суттєво зменшується у порівнянні з основним періодом осіннього і весняного семестрів. Дана обставина відображена у табл. 2 в даних за 2014-2015 роки, а на січень — лютий 2013 року саме і припадають граничні значення залишків. Очевидно, коректність статистичних даних є сумнівною, або кількість проживаючих була завищена за рахунок поселення інших категорій людей (використання гуртожитку у якості хостелу, тимчасове заселення тощо). При подальшій побудові розширеної моделі енергоспоживання цю обставину буде враховано.

Перейдемо до аналізу табл. 1. Розрахункові величини, яким відповідають великі значення залишків (листопад і грудень 2015 року), в даному разі є значно нижчими, ніж реальні величини. Розглянемо вихідні дані за вказані проміжки часу, для порівняння включивши сюди 2013 і 2014 роки (див. табл. 3).

Таблиця 3

**Рівні електроспоживання у грудні та листопаді 2013 - 2015 років**

Період	Рівень електроспоживання, кВт×год	Кількість проживаючих, чол.	Середньомісячна температура зовнішнього середовища, °C
Листопад-13	719,103	318	6,37667
Грудень-13	866,6903	325	-0,219355
Листопад-14	1004,5097	347	1,63333
Грудень-14	911,7842	311	-2,1
Листопад-15	1190,1303	348	4,69333
Грудень-15	1236,44032	348	1,88387

Звернемо увагу на те, що рівні електроспоживання у 2015 році є помітно вищими, ніж відповідні величини енергоспоживання у 2013 і 2014 роках. Враховуючи наведені результати, показані на діаграмі Box Plot та в табл. 1, бачимо, що є сенс для уточнення моделі до вищеописаного набору предикторних змінних  $x_0, x_1, x_2$  ввести додаткову «фіктивну» змінну  $x_3$ . Сутність цієї змінної полягає у наступному. Розділимо реально можливі рівні споживання електроенергії на 2 класи: звичайного рівня і підвищеного. Домовимось, що змінна  $x_3$  прийматиме значення 0, якщо показник електроспоживання відноситься до першого класу і 1 — до другого. Оцінку коефіцієнта регресії для введеної таким чином змінної одержимо шляхом віднесення вищевказаних показників 2015 року до другого класу. Тобто покладемо  $x_3 = 1$  для листопаду і грудня 2015 року і 0 для інших місяців. При цьому одержимо розширення попередньої регресійної матриці стовпцем, що складається з нулів і одиниць на зазначених місцях. В подальшому при підрахунках модельних значень, наприклад, для

прогнозування електроспоживання при заданих значеннях змінних  $x_0, x_1, x_2$ , покладаємо  $x_3 = 1$ , якщо в даному місяці мав місце або прогнозується зазначений режим підвищеного рівня. Якщо такий режим не передбачається, то приймаємо або модель типу 1, або модель типу 2 (розширену) при  $x_3 = 0$ . У двох останніх випадках очікуються близькі результати. Запропонована модель і є моделлю другого типу (розширеною), введення якої анонсувалося у початковій частині статті. Зауважимо, що модель другого типу може також застосовуватися для прогнозування максимальних значень електроспоживання при заданих прогнозних значеннях кількості проживаючих і температури зовнішнього середовища (тривалості опалювального періоду).

Наведемо приклад використання розширеної моделі для пояснення вищенаведених даних по об'єкта 1. При цьому виконаємо корекцію даних щодо усередненої місячної кількості проживаючих, скорегувавши значення, наведені в табл. 2 (за січень і лютий 2013 року). Для корегування даних шляхом екстраполяції обчислені відношення кількості проживаючих до паспортної ємності гуртожитку у березні 2014 і 2015 років: січень — 46, лютий — 109. Надалі, за умовчуванням, виконувались аналогічні дії у випадках, коли необхідність корекції даних була очевидною.

Оцінювання функції регресії у розширеній моделі (з введеною додатковою фіктивною змінною  $x_3$ ) є наступною:

$$\hat{y} = 590,8128 + 0,7251x_1 - 19,4339x_2 + 434,0474x_3. \quad (7)$$

Деяка відмінність від моделі у наведеному списку [1] пояснюється зазначеною корекцією даних за кількістю проживаючих. Оцінки  $S, R$  середньоквадратичного відхилення випадкової складової  $\varepsilon$  і множинного коефіцієнта кореляції та  $F$ - статистики для перевірки гіпотези про незначущість розширеної моделі є наступними:

$$S=83,2108; R = 0,9530; F = 105,4557. \quad (8)$$

Порівняння із рівностями (5, 6) вказує на помітне підвищення якості розширеної моделі над спрощеною з точки зору значень  $S$  і  $R$ . Оскільки критичне значення для перевірки гіпотези про незначущість моделі  $u_{1-\alpha}^{F(p-1, n-p)}$  при  $\alpha = 0,05, p = 3, N = 36$  (тобто  $u_{1-\alpha}^{F(3,32)}$ ) дорівнює 6,281 [6,7], то значення  $F$  вказує на ще більш високий рівень значущості, ніж у моделі (3). Графік залишків для розширеної моделі має наступний вигляд.

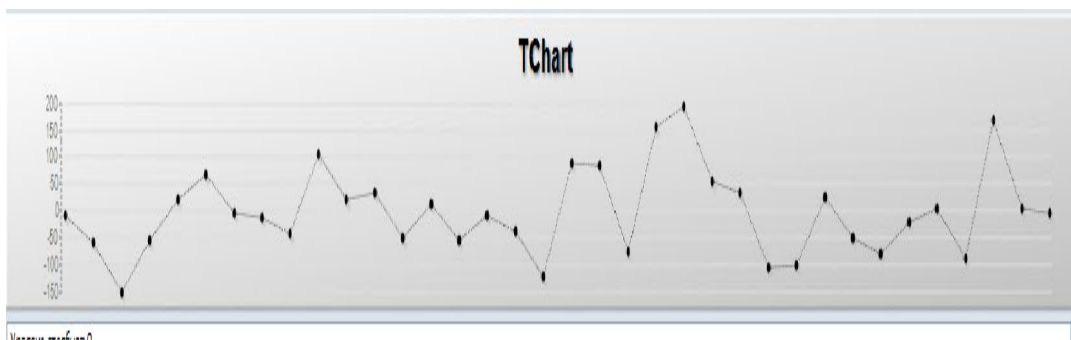


Рис. 3. Графік залишків розширеної регресійної моделі (з введеною додатковою фіктивною змінною  $x_3$ )

Розглянемо діаграму Box Plot, що відповідає графіку залишків розширеної регресійної моделі на рис 3 (див. рис. 4).

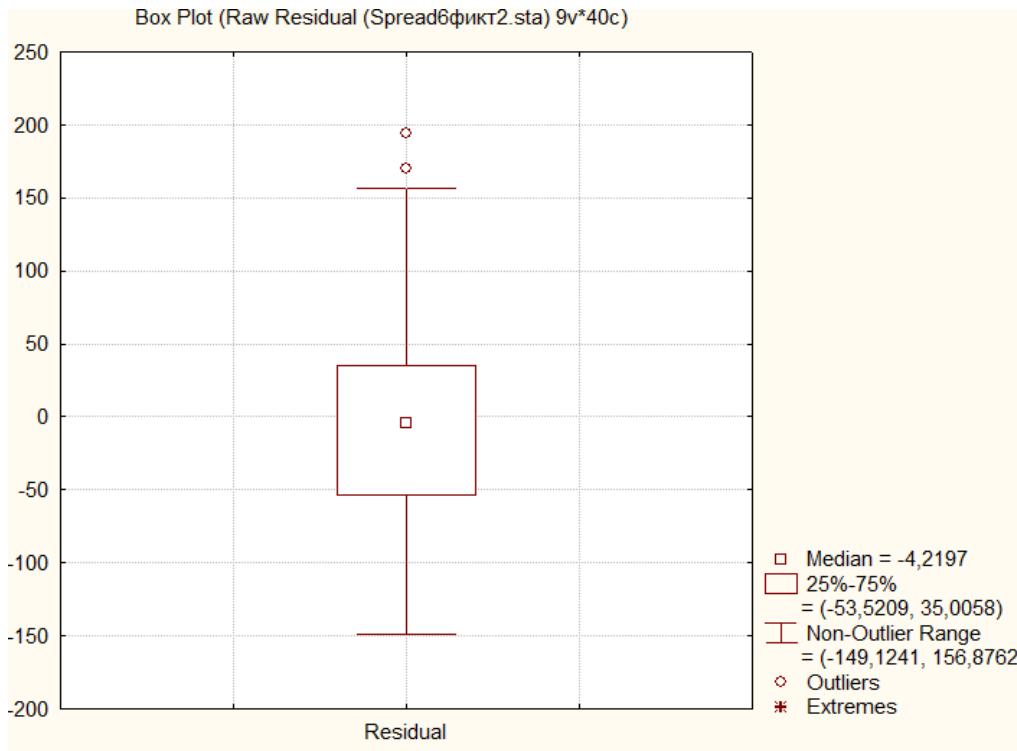


Рис. 4. Діаграма Box Plot для залишків розширеної регресійної моделі (з введеною додатковою фіктивною змінною  $x_3$ )

Візуально діаграми на рис. 1 і 3 мало відрізняються, але у останній до викидів відносяться значення залишків в діапазоні від 150 до 200, в той час як такі ж значення у першій діаграмі були віднесені до основного масиву значень. Екстремальні залишки розширеної регресійної моделі (з введеною додатковою фіктивною змінною  $x_3$ ) наведені у табл. 4.

Таблиця 4

**Екстремальні залишки розширеної регресійної моделі (з введеною додатковою фіктивною змінною  $x_3$ )**

Case name	Standard Residuals							Standard Residual: Var1 (Spread6 Outliers)		
	-5.	-4.	-3.	±2.	3.	4.	5.	Observed Value	Predicted Value	Residual
C:23	.	.	.	.*	.	.	.	1004,510	810,6812	193,8285
C:34	.	.	.	.*	.	.	.	871,725	701,4686	170,2559

Як видно з таблиці 4, найбільші залишки відносяться до спостережень з номерами 23 і 34, тобто у листопаді 2014 року і жовтні 2015 року. Яких-небудь причин організаційного плану, що мали б впливати на підвищення енергоспоживання саме у зазначений період, авторами не виявлено. Зауважимо, що наявність даних відхилень можна пояснити і чисто стохастичним чином, використовуючи модель (7). Дійсно, сформуємо уявлення про імовірнісний розподіл множини залишків, одержавши для них графік Normal Plot з комплексу програм STATISTICA:

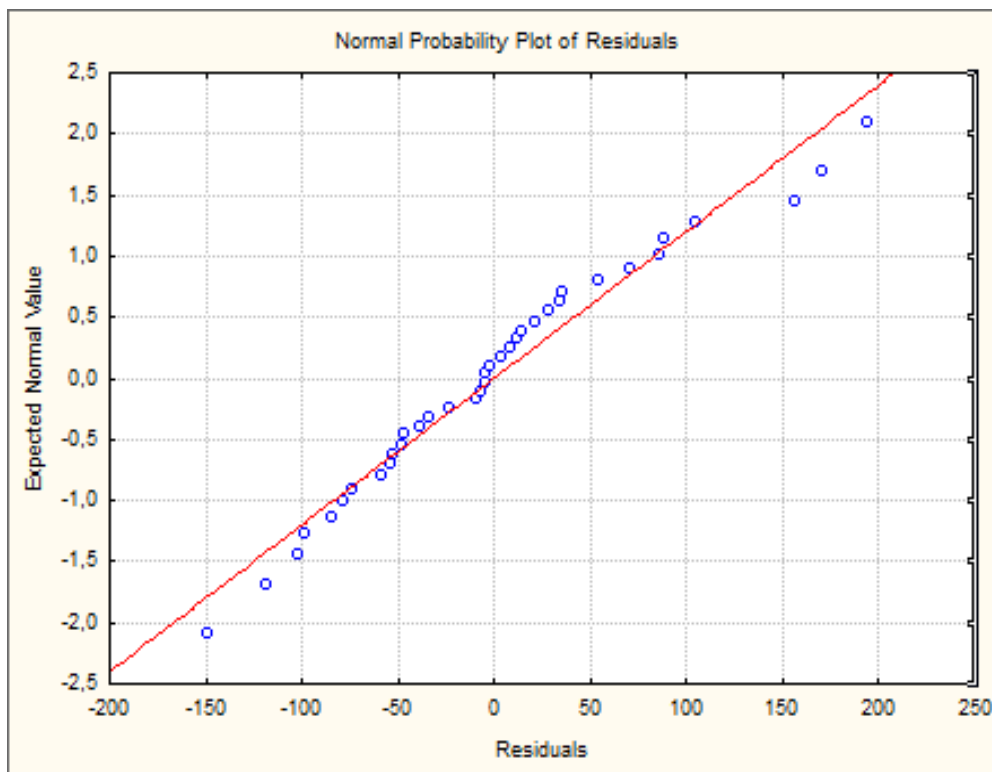


Рис. 5. Нормальний імовірнісний графік залишків розширеної регресійної моделі (з введеною додатковою фіктивною змінною  $x_3$ )

Відхилення від прямої групи точок, що відповідають даним залишкам, не є критичним. Воно має такий самий порядок, що й відхилення, обчислені з використанням значень нормально розподілених випадкових величин [2]. Бачимо, що принаймні у першому наближенні розподіл множини залишків можна вважати нормальним  $N(\mu, \sigma)$ . Параметри розподілу оцінені вище ( $\mu \cong 0, \sigma \cong S = 83,2108$ ). З іншого боку, обчислення статистики  $d$  Дарбіна – Уотсона для перевірки гіпотези  $H_0$  про незалежність залишків показує:  $d = 1,7016$ , що більше критичного рівня  $d_U = 1,56$ , так що (при рівні значущості 0,05) гіпотеза  $H_0$  не відхиляється [3]. Такий стан речей дає можливість обчислити ймовірність появи не менш ніж двох значень залишків за модулем, більшим ніж  $2S$ . Імовірність появи такої події в окремому випробуванні за відомим правилом  $2\sigma$  [12] дорівнює  $1 - 0,9545 \dots \cong 0,0455 \dots$ .

Позначивши  $P_{\geq k}, P_{< j}, P_{=i}$  імовірність того, що кількість «успіхів» у схемі незалежних випробувань Бернуллі більше або дорівнює  $k$ , менше  $j$  і дорівнює  $i$ , відповідно, знайдемо імовірність  $P_{\geq 2}$  появи двох або більше залишків визначеної вище величини.

Отже, маємо:

$$P_{\geq 2} = 1 - P_{< 2} = 1 - P_{=0} - P_{=1} \cong 1 - 0,954^{36} - 36 \cdot 0,046 \cdot 0,954^{35} \cong 0,497.$$

Таким чином, при утворенні серій зазначених випробувань приблизно в половині випадків можна чекати наявності принаймні двох залишків вказаної величини. Зауважимо, що аналогічні розрахунки для залишків, що відображені на рисунку 2, призводять до результату  $P_{\geq 2} \cong 0,05$ , що дає додаткові підстави для корегування моделі 1 і (або) вхідних даних.

З метою з'ясування можливостей побудованих моделей для прогнозування величин порівняємо розрахункові дані з величинами споживання електроенергії у наступні три роки

з 2016 по 2018 рр. (дані за цей період не були використані при побудові вищезазначених моделей). При цьому, з міркувань розвантаження матеріалу публікації, обмежимося тільки місяцями опалювального періоду і двома конкретними приміщеннями.

**Об’єкт 1.** Використовуємо дані за 2016 - 2018 роки . Період підвищеного споживання електроенергії, про який мова йшла вище, спостерігався у листопаді і грудні 2018 року (як і в 2015 році). Тому ми наведемо результати розрахунків за моделлю 2 при  $x_3 = 1$  лише для останніх трьох місяців 2018 року, а за моделями 1 і 2 при  $x_3 = 0$  — у всіх інших випадках.

Таблиця 5

Дані спостережень і розрахункові значення рівнів електроспоживання для об’єкта № 1 за опалювальні періоди 2016 - 2018 років

Період	Січень 2016 р.	Лютий 2016 р.	Березень 2016р.
Фактично	781,94	731,65	754,04
За моделлю 1	760,1628; [649,15-871,17]	685,99; [619,66-752,32]	802,56; [743,06-862, 07]
За моделлю 2, $x_3 = 0$	735,89; [664,1-807,7]	660,7102 [617,37-704,04]	754,82 [714,03-795,62]
Період	Жовтень 2016 р.	Листопад 2016 р.	Грудень 2016р.
Фактично	769,3858	883,78	828,52
За моделлю 1	725,722; [674,17-777,28]	838,3357; [774,29-902,38]	919,2804; [843,14-995,43]
За моделлю 2, $x_3 = 0$	685,648 [650,43-720,86]	788,6482 [744,91-832,38]	860,6976 [808,75-912,65]
Період	Січень 2017р.	Лютий 2017 р.	Березень 2017 р.
Фактично	677,09	933,7	786,88
За моделлю 1	745,29; [636,29-853,81]	952,636; [871,11 – 1034,16]	849,046; [783,5-914,6]
За моделлю 2, $x_3 = 0$	722,2942 [652,13-792,46]	890,54 [834,99-946,10]	806,2632 [759,98-852,53]
Період	Січень 2018р.	Лютий 2018 р.	Березень 2018 р.
Фактично	784,626	912,611	1077,806
За моделлю 1	753,29; [667,18-839,4]	937,968; [856,19-1019,75]	932,64; [854,43-1010,85]
За моделлю 2, $x_3 = 0$	724,4665; [668,39-780,53]	880,5103 [825,23-935,79]	883,989 [829,23-938,75]
Період	Жовтень 2018р.	Листопад 2018 р.	Грудень 2018 р.
Фактично	665,8969	1039,662	1339,94
За моделлю 1	667,042 [610,61-713,47]	837,754; [772,41-903,1]	939,014; [859,76-1018,27]
За моделлю 2, $x_3 = 0$	629,404; [629,4-667,4]	789,9546; [745,61-834,3]	878,1588; [824,09-932,22]
За моделлю 2, $x_3 = 1$	1063,45; [941,2-1185,7]	1224,002; [stat02,75-1345,25]	1312,206; [1191,07-1433,34]

Числа перед квадратними дужками у таблиці 5 — це прогнольні значення електроспоживання, обчислені за рівностями (3) і (7) (відповідно), а у квадратних дужках представлені довірчі інтервали рівня надійності 0,95 для таких значень.

Згідно з даними таблиці сумарна величина електроспоживання за представлені місяці 2016 року дорівнює 4749,3158 кВт×год, а відповідна розрахункова величина за моделлю 1 — 4634,7583 кВт×год. Відносна похибка дорівнює 0,0241. Модель 2 при  $x_3 = 0$  дає розрахункову

величину 0,055. Аналогічно за 2017 рік маємо відносні похибки 0,06 і 0,009 відповідно. Дані за 2018 рік з моделлю 2 при  $x_3 = 1$  за листопад та грудень і моделлю 1 для інших місяців дає відносну похибку 0,001.

**Об’єкт 2.** Періодів надвисокого споживання не виявлено. Представлено спостереження і розрахунки за моделлю 1.

Визначення відносної помилки сумарного прогнозу електроспоживання дають величини того ж порядку, що й при аналізі даних табл. 5.

Таблиця 6

**Дані спостережень і розрахункові значення рівнів електроспоживання для об’єкта № 2 за опалювальні періоди 2016 - 2018 років**

Період	<b>Січень 2016 р.</b>	<b>Лютий 2016 р.</b>	<b>Березень</b>
Фактично	1478,77	1869,986	1953,4613
За моделлю 1	1551,123; [1432,78-1669651]	1912,965; [1842,26-1983,67]	1928,577; [1856,66-2000,45]
Період	<b>Листопад 2016 р.</b>	<b>Грудень 2016 р.</b>	<b>Січень 2017 р.</b>
Фактично	2087,159	2003,5019	1593,73
За моделлю 1	1971,63; [1897,06-2046,22]	2077,44; [1993,45-2161,44]	1526,459; [1411,4-1641,52]
Період	<b>Лютий 2017 р.</b>	<b>Березень 2017 р.</b>	<b>Листопад 2017 р.</b>
Фактично	1885,1671	1737,1216	1954,371
За моделлю 1	2096,38; [2010,66-2126,11]	1949,92; [1876,9—2012,9]	1851,908; [1746,37-1918,44]
Період	<b>Грудень 2017 р.</b>	<b>Січень 2018 р.</b>	<b>Лютий 2018 р.</b>
Фактично	1881,341	1533,088	1869,986
За моделлю 1	1933,15; [1861,0-2005,3]	1438,371; [1333,48-1541,94]	1796; [1702,97-1889,28]

Як видно з наведених даних, відсутність вищезгаданих періодів підвищеного електроспоживання моделі 1 і 2 при  $x_3 = 0$  дають приблизно однакову точність прогнозу (табл. 5). Розрахункові значення моделі 2 при  $x_3 = 1$  відповідають періодам підвищеного електроспоживання (за їх наявністю). Для інших періодів розрахункові значення суттєво завищені. Їх можна застосовувати і у тих випадках, коли необхідно оцінити верхні границі рівнів електроспоживання.

**Висновки.** Для математичної інтерпретації процесів електроспоживання у будівлях ЗВО запропоновані лінійні регресійні моделі. В даній роботі розглядалися будівлі гуртожитків Київського національного університету технологій та дизайну з використанням даних про електроспоживання системи «ПТК «АСУЕУ» служби енергоменеджменту. Спостереження представлені у вигляді середньомісячних показників за період з 2013 по 2015 рр.

У якості значень залежної змінної обрано середньомісячні значення активної частини спожитої електроенергії, а для пояснення змінних (регресорів) обрано середню кількість проживаючих у гуртожитках за місяцями року (для обраних гуртожитків) і середньомісячну температуру зовнішнього середовища (модель першого типу). Розроблені моделі перевірені на адекватність з використанням методів дослідження залишків, а також виконане порівняння розрахункових даних з даними спостережень за наступні роки (2016 – 2018 рр.).

Шляхом моделювання та аналізу одержаних результатів встановлено існування окремих періодів з підвищеними рівнями електроспоживання, які не мають адекватного пояснення, базуючись на використанні ймовірнісних характеристик зазначеної моделі. Для опису таких ситуацій було запропоновано введення розширених регресійних моделей, які додатково включають в себе так звані фіктивні змінні, додатні значення яких вказують на наявність періоду з підвищеними рівнями електроспоживання.

Наведені приклади реалізації запропонованих моделей показують суттєве зростання ступеня узгодження результатів моделювання з реальними даними у випадку наявності періодів підвищеного споживання електроенергії, а при їх відсутності, не впливають на достовірність результатів моделювання.

В якості подальших досліджень планується розширення запасу математичних моделей процесів електроспоживання у будівлях ВЗО з метою охоплення у даному аспекті решти основних типів зазначених будівель, таких як навчальні корпуси, учбові майстерні та ін. Дослідження такого роду сприятимуть підвищенню рівня ефективності використання енергетичних ресурсів у закладах вищої освіти.

#### Література

1. Каплун В. В. Математичне моделювання електроспоживання у будівлях вищих навчальних закладів/ В. В. Каплун, С. М. Краснитський, В. М. Бобровник, Г. С. Жулай // Вісник Київського національного університету технологій та дизайну. Серія Технічні науки. - 2017. - № 4 (112). - С. 61-68. ISSN:1813-6796
2. Дрейпер Н. Р. Прикладной регрессионный анализ. / Н. Р. Дрейпер, Г. Смит. — М.: ДИАЛЕКТИКА, 2017. — 911 с.
3. George A. F. Seber, Linear Regression Analysis, 2nd Edition / George A. F. Seber Alan J. Lee John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2003.
4. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение. — М.: Мир, 1984. — 262 с.
5. Лоусон Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов: монографія / Лоусон Ч., Хенсон Р. — М.: Наука, 1986. — 232 с.
6. Ликеш И. Основные таблицы математической статистики / Ликеш И., Ляга Й. — М.: Финансы и статистика, 1985. — 356 с.
7. Мардиа К. Таблицы F-распределений. / Мардиа К., Земроч П.— М.: Наука, 1984. — 255 с.
8. Оленко А.Я. Комп'ютерна статистика: навчальний посібник / К.: ВПЦ «Київський університет», 2007. — 174 с.
9. Тьюки Дж. Анализ результатов наблюдений: монографія / М.: Мир, 1982. — 693 с.

#### References

- 1.Kaplun V. V., Krasnytskyi S. M., Bobrovnyk V. M. Zhulai H. S. (2017) *Matematychnе modeliuvannia elektrospozhyvannia u budivliakh vyshchyykh navchalnykh zakladiv* [mathematical simulation of power consumption in university buildings]. Kyiv National University of Technologies and Design «Technical Science Series» no. 4 (112). P. 61-68. ISSN: 1813-6796.
- 2.Draper N. R., Smith H. *Prekladnoi redressionnyi analiz* [Applied Regression Analysis]. Moscow, Dialektika Publ., 2017, 912 p.
- 3.George A. F. Seber, *Linear Regression Analysis*, 2nd Edition / George A. F. Seber Alan J. Lee John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2003.
- 4.John R. Rice *Matrichnye vychisleniya i matematicheskoe obespechenie* [Matrix Computations and Mathematical Software]. Moscow, Mir., 1984, 262 p.
- 5.Charles L. Lawson, Richard J. *Chislennoe reshenie zadach metoda naimen'shikh kvadratov* [Hanson Solving Least Squares Problems]. Moscow, Nauka., 1986. - 232 p.
- 6.Lawson C.L., Hanson R.J. *Chislennoe reshenie zadach metoda naimen'shikh kvadratov* [Solving Least Squares Problems]. Moscow, Finansy i statistika., 1985. - 356 p.
- 7.Mardia, K. V., Zemroch P. J. *Tablitsy F-raspredeleniy* [Tables of the F- and Related Distributions with Algorithms]. Moscow, Nauka., 1984. - 255 p.
- 8.Olenko A.Ya. *Komp'yuterna statistika: navchal'niy posibnik*. Kyiv, VPTs «Kiivs'kiy universitet». , 2007. – 174 p.
- 9.Tukey, J. *Analiz rezul'tatov nablyudeniya: monografiya* [Analysis of the results of observations]. Moscow, Mir., 1982, - 693 p. [in Russian]

10. Халафян А.А. Статистический анализ данных: підручник / — М.: БИНОМ, 2010. — 522 с.

11. Кельберт М.Я. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики: навчальний посібник / Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. — М.: МЦНМО, 2007. — 456 с.

10. Khalafyan A. A. *Statisticheskii analiz dannykh* [Statistical data analysis: tutorial]. Moscow, Binom., 1982, - 693 p. [in Russian]

11. Kel'bert, M. Ya. & Sukhov, Yu.M. (2007). *Osnovnye ponyatiya teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistiki: navchal'nyi posibnyk* [Basic Concepts of Probability Theory and Mathematical Statistics]. Moscow: MTsNMO. [in Russian]

**KAPLUN VIKTOR**

kaplun.v@knutd.edu.ua  
ORCID: 0000-0001-7040-9344  
Researcher ID: B-8704-2017

**BOBROVNIK VLADIMIR**

vge@knutd.com.ua  
http://orcid.org/0000-0003-1779-5375  
Kyiv National University of Technologies & Design

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ В ЗДАНИЯХ УЧРЕЖДЕНИЙ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ. СООБЩЕНИЕ 2 КАПЛУН В. В., КРАСНИТСКИЙ С. М., БОБРОВНИК В. Н.

*Киевский национальный университет технологий и дизайна*

**Цель.** Целью работы является разработка математических моделей и исследования на их основе особенностей электропотребления в зданиях высших учебных заведений (на примере общежитий Киевского национального университета технологий и дизайна).

**Методика.** Использованы множественный регрессионный анализ и разведывательный анализ в сочетании с компьютерными программными реализациями соответствующих статистических процедур.

**Результаты.** На основе реальных статистических данных получены регрессионные модели электропотребления в зданиях высших учебных заведений (общежитий), что стало логическим продолжением исследований, освещенных в работе [1]. Полученные результаты позволили путем моделирования выполнить прогнозное оценивание уровней электропотребления и проверить их достоверность, сравнивая их с реальными данными службы энергоменеджмента университета за предыдущие годы.

**Научная новизна.** Получили дальнейшее развитие методы управления электропотреблением с использованием регрессионных моделей в зданиях высших учебных заведений. На основе расширенного набора факторов, влияющих на процесс электропотребления, впервые исследованы и полученные зависимости, которые могут быть использованы для разработки сценариев энергоменеджмента ЗВО в специфические периоды образовательного процесса с учетом сезона и класса энергоэффективности зданий.

**Практическая значимость.** Результаты моделирования могут быть использованы для разработки методических рекомендаций внедрения комплекса энергосберегающих мероприятий в учреждениях высшего образования с учетом существующей инженерной инфраструктуры и повышения эффективности управления электропотреблением.

**Ключевые слова:** учреждение высшего образования, управление электропотреблением, регрессионный анализ, анализ остатков, диаграммы *box-and-whisker plot*, модель электропотребления, энергоменеджмент.

**MATHEMATICAL MODELING OF ELECTRICAL CONSUMPTION  
IN BUILDINGS OF HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS. MESSAGE 2**

**KAPLUN V. V., KRASNYTSKY S. M., BOBROVNYK V. M.**

*Kyiv National University of Technologies and Design*

**Purpose.** *The aim of the work is the development of mathematical models and the study on their basis of the characteristics of electrical consumption in higher educational institutions (using the example of hostels of the Kiev National University of Technology and Design).*

**Method.** *Multiple regression analysis and intelligence analysis in combination with computer software implementations of the corresponding statistical procedures were used.*

**Results.** *On the basis of real statistical data, regression models of power consumption in buildings of higher educational institute (hostels) were obtained, which was a logical continuation of the studies covered in [1]. The obtained results made it possible, by means of modeling, to carry out a predictive assessment of power consumption levels and to check their authenticity, comparing them with real data of the university's energy management service for previous years.*

**Scientific novelty.** *Methods of power management using regression models in buildings of higher educational institutions received further development. Based on an extended set of factors influencing the process of electricity consumption, the dependencies obtained for the first time were studied, which can be used to develop scenarios of energy management of higher educational institute in specific periods of the educational process, taking into account the season and energy efficiency class of buildings.*

**Practical significance.** *The simulation results can be used to develop guidelines for the implementation of a set of energy-saving measures in higher education institutions, taking into account the existing engineering infrastructure and improving the efficiency of power management.*

**Keywords:** *institution of higher education, power management, regression analysis, analysis of residuals, box-and-whisker plot, power consumption model, energy management.*